

**Akzeptanzbestimmung mit einer Monte
Carlo Simulation für den
 $\pi^- p \rightarrow \pi^- p \eta(\pi^+ \pi^- \pi^0(\gamma\gamma))$ -Zustand**

Bachelorarbeit in Physik

von

Waldemar Renz

angefertigt im Helmholtz-Institut für Strahlen- und Kernphysik
vorgelegt der Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät der
Universität Bonn

Februar 2018

Ich versichere, dass ich diese Arbeit selbständig verfasst und keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt sowie die Zitate kenntlich gemacht habe.

Bonn, den Unterschrift.....

1. Gutachter: Prof. Dr. Bernhard Ketzer
2. Gutachterin: Jun. Prof. Dr. Annika Thiel

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	4
1.1	Motivation	4
1.2	Setup	4
1.3	Zielregion	4
1.4	Tracking-Detektoren	5
1.5	Kalorimeter	9
1.6	Teilchenidentifikation	11
1.7	Software	12
2	Simulation der $\eta\pi^-$-Akzeptanz	13
2.1	Theorie	13
2.1.1	Propagatoren im Matrixelement	13
2.1.2	Phasenraum	13
2.1.3	Kinematik	16
2.2	Vorgehensweise bei der Monte Carlo Simulation	18
2.3	Akzeptanz	19
2.3.1	Selektion der Ereignisse	19
2.3.2	Plots der Akzeptanz	25
2.3.3	Impuls- und Massenauflösung	26
2.3.4	Vergleich	27
3	Schlussfolgerung und Ausblick	29
4	Danksagung	30
5	Anhang	31

1 Einleitung

1.1 Motivation

Ein Grund für das Interesse an der $\eta\pi$ -Produktion ist das Auftreten des exotischen 1^{-+} -Zustandes, welches nach den herkömmlichen Beziehungen für die Quantenzahlen

$$\begin{aligned}J &= |J - S|, \dots, |L + S| \\P &= (-1)^{L+1} \\C &= (-1)^{L+S}\end{aligned}$$

nicht aus einem Quark-Antiquark-Paar konstruiert werden kann, jedoch von der Quantenchromodynamik (QCD) vorhergesagt wird. Die Masse soll unter $2 \text{ GeV}/c^2$ liegen und ein Kandidat für dieses Teilchen ist $\pi(1600)$.

Ein weiterer Vorteil einer Simulation ist, dass man die Berechnungen nutzen kann, um einen Vergleich für die Detektoreinstellungen zu haben.

1.2 Setup

COMPASS steht für “**C**ommon **M**uon **P**roton **A**pparatus for **S**tructure and **S**pectroscopy“ und ist ein Experiment am CERN (**C**onseil **e**uropéen pour la **r**echerche **n**ucléaire). Dieses Experiment dient der Erforschung der Hadronenstruktur und Hadronenspektroskopie und ist seit 2002 im Betrieb. Für diese Arbeit wird das Setup von 2008 genutzt. Es ist wichtig zumindest einen groben Überblick über die benutzten Detektoren zu haben, da TGEANT eine sehr detaillierte Simulation ist. Aus zeitlichen Gründen muss in dieser Arbeit die Beschreibung der Detektoren stark gekürzt werden, aber es sei auf die Quelle [3] verwiesen, aus der im folgendem zitiert wird.

1.3 Zielregion

”Target Cell“

Der Teilchenstrahl trifft auf eine mit flüssigem Wasserstoff gefüllte Zelle, wo dann die Reaktion statt findet. Die Zelle ist zylinderförmig mit 40 cm Länge und einem Durchmesser von 3.5 cm (Abbildung 1).

BMS

Die ”Beam Momentum Station“ (BMS) wird benutzt, um den Impuls eines einkommenden Myonstrahls zu bestimmen oder um die Daten der Pionen während einer Primakoff Messung zu ergänzen. Für alle andere Messungen wird die BMS ausgebaut um Alterung zu mindern und unnötige Interaktionen der Teilchen mit dem Detektor zu vermeiden, weshalb hier nicht weiter darauf eingegangen wird.

RPD

Der ”Recoil Proton Detector“ (RPD) ist ein ”Time-of-Flight“-Detektor. Solche Detektoren benutzen zwei Szintillatoren, der Erste ist an ein Start- der Zweite an ein Stoppsignal angeschlossen. Am COMPASS Experiment werden Plastikszintillatoren in Form von konzentrischen Zylindern angeordnet. Die Szintillatoren im inneren Zylinder haben die Maße $50 \times 6.6 \times 0.5 \text{ cm}^2$ und die im

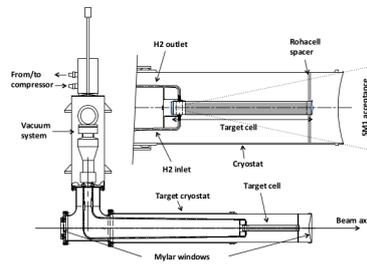


Abbildung 1: Zu sehen ist der Aufbau der Halterung für das Ziel. Flüssiges Wasserstoff wird hier über ein Röhrchen unten eingefüllt, während das Wasserstoffgas durch ein Röhrchen oben abgelassen wird. Es wird in einen Kompressor geführt, wo es abkühlt und dann zurück ins Ziel geleitet wird. [3]

Äußeren haben die Maße $115 \times 20 \times 1 \text{ cm}^2$. Die Zylinder sind in 12 bzw. 24 Szintillatoren unterteilt, welche in einem Radius von 12 cm bzw. 75 cm um das Ruheteilchen angeordnet sind. Die Flugzeitdifferenz zweier Teilchen lässt sich mit $\Delta t = \frac{Lc}{2p^2}(m_1^2 - m_2^2)$ berechnen, wobei L die Länge des Detektors und $p = p_1 = p_2$ der Impuls der Teilchen ist. Dieser Detektor kann Impulsüberträge ab $|t| = 0.07 \text{ GeV}^2/c^4$ und Impulse von Protonen ab $270 \text{ MeV}/c$ und Geschwindigkeiten bis zu $\beta = 0.4$ erkennen.

Die Auflösungen betragen $\sigma(t) = 200 \text{ ps}$ und $\sigma(z) = 2.7 \text{ cm}$ für den inneren Zylinder und $\sigma(t) = 400 \text{ ps}$ und $\sigma(z) = 5 \text{ cm}$ für den Äußeren.

Anschließend folgt der "Sandwich-Veto"-Detektor, welcher ausschlägt, wenn Teilchen außerhalb eines Winkels von $\pm 180 \text{ mrad}$ nach Zusammenstoß mit dem Target, diesen Veto passieren und der erste Teil des Triggers ist. Dieser Detektor ist $2 \times 2 \text{ m}^2$ groß, hat ein Loch in der Mitte und ist ein Sandwichszintillator mit jeweils 5 Schichten. Die Bleischicht dieses ist aus zwölf 5 mm dicken Bleiplatten mit einem Stahlüberzug von 1 mm auf Vorder- und Rückseite aufgebaut. Die Szintillatorschicht ist aus zwei $80 \times 20 \text{ cm}^2$ Barren aufgebaut. Die ersten drei Szintillatoren sind 1 cm dick und die letzten zwei 0.5 cm.

Die Effizienz des Veto beträgt 98 % für minimal ionisierende Teilchen, über 95 % für Pionen mit einer Energie über 50 MeV, über 80 % für Photonen mit einer Energie größer als 50 MeV und schließlich über 90 % für Photonen mit einer Energie von über 100 MeV.

Der darauffolgende "Multiplicity Counter" (MC) misst die Anzahl geladener Teilchen und kann geringere Impulsüberträge wahrnehmen als der RPD.

SM

Der "Spectrometer Magnet" SM1 ist der erste, SM2 der zweite von zwei Dipolmagneten, welche niederenergetische Teilchen so umlenken, dass sie von den darauf folgenden Detektoren erfasst werden können. Der Impuls kann mit Hilfe des SM1 und SM2 aus der Krümmung der Teilchenbahn gewonnen werden.

1.4 Tracking-Detektoren

SciFi

Szintillierende Fasern ("SciFi") sind dünne Szintillatoren mit einer Ummantelung, welche das freigesetzte Licht unter Totalreflexion an die Transmissionsfaser

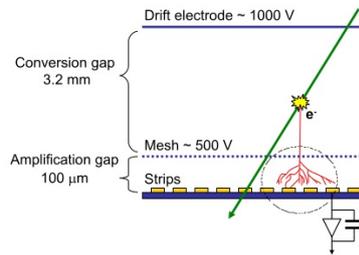


Abbildung 2: Dies ist die Skizze eines MicroMegas. Der Abstand zwischen Drift-elektrode und dem Gitter ist 3.2 mm groß, während derjenige zwischen dem Gitter und den Auslesestreifen 100 μm klein ist. An der Elektrode liegen 1000 V und am Gitter 500 V an. [3]

leitet, wo es dann ausgelesen wird. Diese Fasern werden auf einem 300 μm dicken "silicone waver" positioniert, wo sie eine aktive Fläche von $5 \times 7 \text{ cm}^2$ bilden und von Mikrostreifendetektoren ausgelesen werden. Ein Mikrostreifendetektor besteht aus jeweils einer p^+ -, n^- - und n^+ -dotierten Schicht, an deren Enden unter Spannung stehende Aluminiumstreifen stehen. Tritt ein Teilchen durch den Detektor löst es Elektronen aus der n^- -dotierten Schicht, welche dann von der angelegten Spannung abgesaugt werden. Der Stromfluss in den Streifen lässt dann auf den Ort des Teilchens schließen.

Es werden fünf Stationen von doppelstreifigen Mikrostreifendetektoren verwendet, drei vor den Ruheteilchen, welche wie eine Art Teleskop fungieren, und zwei nach dem Target, welche zur Rekonstruktion des Vertex genutzt werden. Eine Station besteht aus zwei Siliziumdetektoren mit einem $50 \times 70 \times 0.3 \text{ mm}^3$ Siliziumsensor und um 5° geneigte Streifen. Die Temperatur der Detektoren beträgt $(200 \pm 1) \text{ K}$ vor dem Target und 220 K nach dem Target, wobei letzteres den täglichen Temperaturschwankungen folgt. Die räumliche Auflösung beträgt $4 - 6 \mu\text{m}$, wenn beide Streifen getroffen werden und $7 - 11 \mu\text{m}$, wenn nur einer getroffen wird, die zeitliche Auflösung liegt im Bereich von $1.4 - 1.8 \text{ ns}$ und ihre Effizienz liegt bei über 99 %.

MicroMegas

"Micromesh Gaseous Structure" (kurz Micromegas) Detektoren sind eine zweigeteilte Gaskammer. Im ersten 3.2 mm tiefen Teil herrscht ein E-feld von 1 kV/cm , wo die eintreffenden Teilchen ein Elektron aus dem Gas heraus lösen. Dieses Elektron wird zur zweiten 100 μm tiefen Kammer beschleunigt, wo ein E-Feld von 50 kV/cm anliegt und welches von einem $5 \mu\text{m}$ dünnem Gitter von der ersten Kammer getrennt wird. Durch das hohe elektrische Feld werden sehr viele Elektronen aus der ersten Kammer herausgeschlagen und die Lawine wird von einem Streifendetektor ausgelesen.

Im COMPASS Experiment werden zwölf Micromegas-Detektoren, welche gleichmäßig auf vier Stationen verteilt werden, verwendet. Ein Detektor wird immer als ein Paar von Micromegas benutzt, wobei die Streifen rechtwinklig zueinander angeordnet werden. Mit zwei Paaren werden somit vier Achsen (X und Y bzw. U und V) abgedeckt, wobei U bzw. V um $\pm 45^\circ$ gegenüber X gedreht

sind. Ein Detektor hat eine aktive Fläche von $40 \times 40 \text{ cm}^2$ mit einer Deadzone von 5 cm Durchmesser in der Mitte. Als Gasmischung benutzt man 80 % Neon, 10 % C_2H_6 und 10 % CF_4 , was eine gute Zeitauflösung von ungefähr 14 ns liefert, was $105 \mu\text{m}$ entspricht. Die Effizienz entspricht 97.5 % – 98.5 %.

GEMs und PixelGEMs

Der physikalische Prozess innerhalb eines “Gas Electron Multiplier” (GEM) stellt lediglich eine Verstärkung dar. Am Ende dieser wird in der Regel ein Mikrostreifendetektor angeschlossen. Tritt ein Teilchen in das Medium, hier eine Gasmischung, ein, so ionisiert jenes das Gas und die Elektronen bewegen sich zur Anode, wobei das äußere E-Feld eine Rekombination verhindert. Auf dem Weg werden sie durch die E-Felder in den GEM-Folien beschleunigt und schlagen weitere Elektronen aus dem Gas heraus (Abbildung 3).

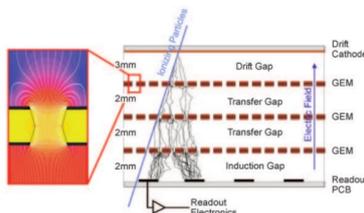


Abbildung 3: Links sieht man das Elektromagnetische Feld innerhalb eines Loches im GEM. Rechts sieht man, wie ein einfallendes Teilchen auf dem Weg durch den Detektor Elektronen aus dem Gas löst, welche dann durch die Löcher in den GEMs beschleunigt werden, wo dann Schauer ausgelöst werden, sodass die Elektronik am Ende ein Signal auslesen kann. [3]

Am Ende steht eine Ausleseebene, wo eine Anode the Elektronen auffängt und ein elektrisches Signal erzeugt.

Der am COMPASS Experiment benutzte GEM-Detektor besteht aus drei Polyimidefolien im Abstand von 2 mm zueinander, welche jeweils $50 \mu\text{m}$ dick und von einer Kupferschicht an beiden Seiten überzogen sind. Die Folie enthält 10^4 Löcher pro cm^2 mit einem Durchmesser von $70 \mu\text{m}$. Zwischen den Kupferplatten herrscht eine Spannung von 100 V, um ein starkes E-Feld für die Gasverstärkung zu erzeugen. Als Gas wird eine Mischung aus 70 % Argon und 30 % Kohlenstoffdioxid verwendet. Der Detektor hat eine aktive Fläche von $31 \times 31 \text{ cm}^2$, wobei eine Fläche mit einem Durchmesser von 5 cm im Zentrum während des normalen Betriebes deaktiviert ist. Das COMPASS Experiment verwendet insgesamt elf GEM-Stationen, welche aus jeweils zwei um 45° geneigten GEM-Detektoren bestehen.

“Drift Chamber”

Im COMPASS Experiment werden drei identische Driftkammern (DC) benutzt, wobei eine vor dem Magneten SM1 arbeitet und zwei nach diesem. Eine Driftkammer ist aus zwei gegenüberliegenden Kathodenplatten mit Potenzialdrähten und Anodendrähten zwischen den Platten aufgebaut. Die Kammer ist mit einem Gemisch aus 45 % Argon, 45 % C_2H_6 und 10 % CF_4 gefüllt. Die Kathodenplatten sind $25 \mu\text{m}$ dicke Mylarfolien mit einer $10 \mu\text{m}$ dünnen Graphitschicht. Zwischen zwei solcher Folien liegen 8 mm Abstand. In der Drahtebene liegen abwechselnd

176 Anodendrähte mit einem Durchmesser von $20\ \mu\text{m}$ und Potentialdrähte mit einem Durchmesser von $100\ \mu\text{m}$ (Abbildung 4). Es gibt insgesamt acht solcher Schichten, welche in vier Richtungen ausgerichtet sind: horizontal (X), vertical (Y) und zwei um $\pm 20^\circ$ zur X-Achse geneigte (U bzw. V). An den Kathoden und Potentialdrähten liegt während des Betriebs eine Spannung von $-1700\ \text{V}$ an und an den Anodendrähten eine Spannung von $0\ \text{V}$. In der Mitte des Detektors wird mit Hilfe einer unabhängigen Spannungsversorgung eine “dead zone” mit einem Durchmesser von $30\ \text{cm}$ erzeugt, indem die Hochspannungsversorgung so niedrig gehalten wird, dass die Effizienz gegen 0 geht. Im Mittel beträgt diese 95% und die Auflösung liegt bei $(270 \pm 20)\ \mu\text{m}$, was durch den Dipolmagneten SM1 verschmiert wird.

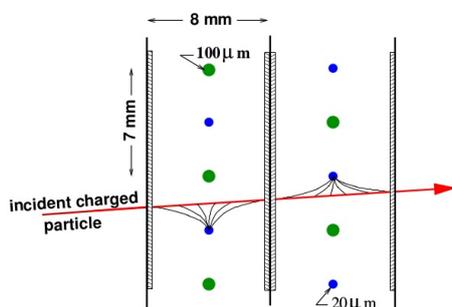


Abbildung 4: Hier ist die Seitenansicht einer Driftkammer gezeigt. Die blauen Punkte sind der Querschnitt der Anodendrähte und die grünen Punkte zeigen die Potentialdrähte an. Der Abstand zwischen zwei gleichen Drähten beträgt $7\ \text{mm}$. Zwischen den Kathodenplatten ist ein Abstand von $8\ \text{mm}$ zu sehen. Wenn ein geladenes Teilchen durchfliegt, sieht man die Interaktion mit Anodendrähten. [3]

Vieldrahtproportionalkammer

Vieldrahtproportionalkammern (“Multiwire Proportional Chamber”, MWPC) sind mehrere Proportionalzählrohre, welche in der xy -Ebene aufgestellt werden, sodass man sowohl das Teilchen als auch die Teilchenbahn identifizieren kann. Aufgebaut ist eine Vieldrahtproportionalkammer aus zwei Kathodenplatten welche mehrere Anodendrähte mit einer Länge von $1\ \text{m}$ und einem Durchmesser von $20\ \mu\text{m}$ enthalten. Die Drähte sind in einem Abstand von $2\ \text{mm}$ zu einander und $8\ \text{mm}$ zu den Kathodenplatten angeordnet. Als Gas wird eine Mischung aus 74% Argon, 6% CO_2 und 20% CF_4 verwendet.

Tritt ein Teilchen in das Zählrohr, schlägt es Elektronen aus dem Gas aus, welche dann zur Anode beschleunigt werden. In der Nähe der Anode werden weitere Elektronen durch das Erste gelöst und die Lawine erzeugt ein Signal, mit welchem man mit rauschunterdrückender Elektronik einzelne Elektron-Ionen-Paare auch bei größeren Luminositäten nachweisen kann.

Am COMPASS Experiment werden drei Typen von MWPCs genutzt: Typ A, A* und B. Typ A hat eine aktive Fläche von $178 \times 120\ \text{cm}^2$ und drei Achsen entlang welchen die Anodendrähte angeordnet werden. Die erste Achse (X) ist vertikal und die anderen beiden (U und V) um $\pm 10.14^\circ$ um diese angeordnet. Typ A* hat zusätzlich zu den drei Achsen des Typ A noch eine vierte, welche ho-

rizontal angeordnet ist. Typ B hat eine kleinere aktive Fläche von $178 \times 80 \text{ cm}^2$ und ist aus zwei Detektoren aufgebaut. Der erste hat Anodendrähte entlang der X und U Achse, während der zweite entlang der X und V Achsen aufgebaut ist. Die Auflösung liegt bei $\sigma = \frac{s}{\sqrt{12}}$, wobei s der Abstand der Anoden ist und die Effizienz liegt im Mittel bei über 98 %.

Straw Tube Chambers

Die “straw tube chambers” funktionieren ähnlich wie Vieldrahtproportionalkammern. Während ein Teilchen durch den Detektor propagiert, löst es beim Durchgang durch ein Röhrchen eine Elektronenlawine aus, woraus schließlich die Position bestimmt wird. Ein Röhrchen besteht aus einem Anodendraht im Inneren mit $30 \mu\text{m}$ Durchmesser aus Wolfram mit einer Goldummantelung, welcher von vier Plastikstützen jeweils im Abstand von 60 cm voneinander gehalten wird, und einer äußeren zylinderförmigen Kathode aus einem inneren, mit Kohlenstoff angereichertem, Kaptonfilm von $40 \mu\text{m}$ Dicke und einem mit Aluminium angereichertem Kaptonfilm von $12 \mu\text{m}$ Dicke, welche beide aneinander geklebt sind. Ein Detektor hat eine aktive Fläche von 9 m^2 , eine inaktive Zone von $20 \times 20 \text{ cm}^2$ im Zentrum und ist mit einer Gasmischung aus 74 % Argon, 6 % Kohlenstoffdioxid und 20 % CF_4 gefüllt. Insgesamt gibt es 12440 solcher Röhrchen in 15 Detektoren, welche Teilchenbahnen mit einem Winkel von $15 - 200 \text{ mrad}$ zur z-Achse messen können. Drei Detektoren werden zu einer Station zusammengefasst, wobei ein Detektor vertikal, ein zweiter horizontal und der letzte um 10° zum vertikalen ausgerichtet ist. Da die Luftfeuchtigkeit eine große Auswirkung auf die Form der Röhrchen hat, muss diese stabil gehalten werden, wofür Stickstoffgas um jede Station gefüllt wird. Die Effizienz beträgt 99 % und man erreicht eine Auflösung von $190 \mu\text{m}$.

“Large area DC”

Eine Kammer besteht aus vier Anodendrähten mit einem “pitch” von 4 cm und Durchmesser von $20 \mu\text{m}$ und ebenso vielen Kathodendrähten mit einem “pitch” von 2 mm und einem Durchmesser von $100 \mu\text{m}$, wobei zwischen einem Anoden- und Kathodendraht 10 mm Abstand bestehen. Es gibt auch hier vier Achsen an welchen man sich orientiert: eine horizontale (X), vertikale (Y), eine um 30° zu X gedrehte (V) und eine um -30° zu X gedrehte Achse (U). Aus diesen vier Achsen konstruiert man fünf Ebenen (XY, XV, XU, YV, YU), wobei die XY-Ebene eine inaktive Zone von 0.5 m und die anderen vier von 1 m Durchmesser haben. Die Kammern sind mit einer Gasmischung aus 85 % Argon, 10 % CF_4 und 5 % Kohlenstoffdioxid gefüllt. und liefern im Mittel eine Effizienz von 93 % und eine Ortsauflösung von 0.5 mm. Im COMPASS Experiment sind sechs solcher Kammern mit einer aktiven Fläche von $5 \times 2.5 \text{ m}^2$ verbaut.

1.5 Kalorimeter

Kalorimeter werden benutzt um Teilchen zu identifizieren. Kalorimeter werden nochmal in Sandwich- und homogene Kalorimeter unterteilt. Homogene Kalorimeter sind aus einem Kristall aufgebaut, welcher als Szintillationsdetektor agiert, während Sandwichkalorimeter abwechselnd eine Schicht Absorbionsmaterial und Kristall enthalten. Die Maße der am COMPASS benutzten Kalorimeter sind in den Tabellen 1 und 2. Unterschieden wird zwischen elektromagnetischen (ECAL) und hadronischen (HCAL) Kalorimetern. Ziel ist es, dass ein

einfallendes Teilchen seine ganze Energie im Kalorimeter verliert, welche man damit gleichzeitig misst.

ECAL

Tritt ein Teilchen in ein Kalorimeter ein, wird es zuerst verlangsamt. Aus der Bremsstrahlung werden Elektron-Positron-Paare erzeugt, welche wiederum gebremst werden und der Vorgang wiederholt sich, bis die Photonenenergie nicht mehr für Paarerzeugung ausreicht. Im einfachstem Modell nimmt man an, dass das erzeugte Elektron-Positron-Paar jeweils ein Photon mit der Hälfte ihrer Energie abstrahlen. Im COMPASS Experiment werden homogene ECAL aus Bleiglas genutzt, wobei für die Messungen im Jahr 2008 ECAL2 zu einem Sandwich-Kalorimeter aus Blei und Plastiksintillatoren umgebaut wurde.

Die im Kalorimeter erzeugte Lawine wird in transversaler Richtung durch den Molière-Radius $R_M = 21 \text{ MeV} \frac{X_0}{E_c}$ beschrieben, wobei X_0 die Strahlungslänge und E_c die kritische Energie ist. Die Strahlungslänge ist definiert als $X_0 = \frac{m_e^2 c^2}{4Z^2 n_0 \alpha^3 \hbar^2 \ln(192Z^{-\frac{1}{3}})}$, wobei n_0 die Anzahl von Kernen pro Volumeneinheit und α die Feinstrukturkonstante sind. 95% der Energie des Schauers werden in einem Zylinder mit einem Radius von $2R_M$ deponiert.

Die Energieauflösung folgt in etwa der Zählstatistik [5]:

$$\frac{\sigma(E)}{E} = \frac{a}{\sqrt{E}} \oplus b$$

a ist ein Parameter, welcher vom Detektormaterial und -aufbau abhängt und im Bereich von $10^{-2} \sqrt{\text{GeV}}$ liegt. b stellt zusätzliche Fehlerquellen wie elektrisches Rauschen und Kalibrationsfehler dar und beträgt ungefähr 10^{-2} .

	Maße/m ²	Modulgröße/mm ²	X_0
ECAL1	4×2.9	38×38 bis 140×140	16 bis 23
ECAL2	2.4×1.8	38×38	16

Tabelle 1: Maße der elektromagnetischen Kalorimeter. [6]

HCAL

Die beiden hadronischen Kalorimeter ("HCAL") haben die Aufgaben die Energie von Hadronen zu messen und auf inelastische Myonenstreuung zu triggern. HCAL1 hat eine Sandwichstruktur aus 40 Schichten, wobei 20 mm Eisen und 5 mm Szintilatormaterial benutzt werden, wohingegen im HCAL2 25 mm Stahl mit 5 mm Szintilatormaterial verbaut sind. Von solchen Modulen werden beim HCAL1 28 horizontal und 20 vertikal angeordnet, wobei in der Mitte 8×4 Module ausgebaut sind. HCAL2 hat hingegen die Maße 22×10 Module mit einem Loch von 2×2 Modulen im Zentrum.

Die Energieauflösung [3] von HCAL1 beträgt

$$\frac{\sigma(E)}{E} = \frac{(59.4 \pm 2.9)\%}{\sqrt{E[\text{GeV}]}} \oplus (7.6 \pm 0.4)\%$$

und die von HCAL2 liegt bei

$$\frac{\sigma(E)}{E} = \left(\frac{66}{\sqrt{E[\text{GeV}]}} \oplus 5 \right) \%$$

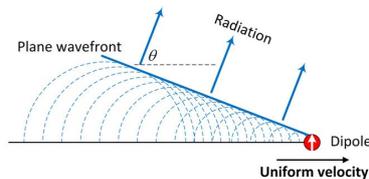


Abbildung 5: Hier ist ein Lichtkegel zu sehen, den ein sich gleichmäßig, mit einer Geschwindigkeit größer als die Lichtgeschwindigkeit in diesem Medium, bewegendes Dipol in einem Medium mit Brechungsindex n aussendet. Es entsteht eine Wellenfront entlang der Elementarwellen, welche sich um einen Winkel θ zur Bewegungsrichtung des Dipols fortbewegt. [1]

Sowohl Hadronen mit einer Energie zwischen 10 und 100 GeV als auch Elektronen werden fast vollständig absorbiert.

	Maße/m ²	Modulgröße/mm ²	X_0
HCAL1	4.2×2.8	142×146	4.8
HCAL2	4.4×2.2	200×200	$\pi : 5, p : 7$

Tabelle 2: Maße der hadronischen Kalorimeter. [6]

1.6 Teilchenidentifikation

RICH

Mit einem RICH kann man die Präsenz und Geschwindigkeit elektrisch geladener Teilchen bestimmen, indem der Winkel zwischen den ausgestrahlten Photonen und der Teilchenbahn bestimmt wird. Anhand der Abbildung 5 kann man folgende Beziehung aufstellen:

$$\cos(\theta) = \frac{x_\gamma}{x_{\text{Dipol}}} = \frac{\frac{c}{n}t}{vt} = \frac{c}{nv}$$

Dabei steht n für den Brechungsindex, x_γ für diejenige Strecke, die ein Photon zurücklegt, x_{Dipol} für diejenige Strecke, welche in der selben Zeit vom Teilchen zurückgelegt wird. Der Tscherenkov-Kegel wird mittels geeigneter Optik auf eine Kreislinie projiziert, anschließend von Einzelphotonendetektoren vermessen und der Radius r erlaubt den Winkel zu bestimmen. In einem fokussierenden RICH wird ein Spiegel mit der Brennweite f benutzt, um den Photonenstrahl zu fokussieren, sodass sich als Winkel $\theta = \frac{r}{f}$ ergibt.

Trägt man den Tscherenkov-Winkel gegen den Impuls auf, kann man aufgrund der Massenabhängigkeit auch zwischen Pionen und anderen Teilchen unterscheiden.

Der RICH-1 Detektor des COMPASS Experiments kann Teilchen mit einem Impuls zwischen 5 und 43 GeV/c und in einem Winkel von ± 250 mrad horizontal zur Strahlachse bzw. ± 180 mrad vertikal dazu bestimmen. Gefüllt ist der Detektor mit C₄F₁₀ und beinhaltet zwei sphärische Spiegel, welche die Photonen fokussieren. Acht MWPCs erzeugen anschließend ein Signal proportional zur Lichtintensität. Der RICH-1 ist 3 m lang, hat ein Volumen von 80 m³ und eine Photodetektorfläche von 5.6 m².

1.7 Software

Es werden vier Software-Pakete verwendet: GEANT4, TGEANT, CORAL und PHAST.

GEANT4 enthält alle Werkzeuge, um die Interaktionen von Teilchen und Materie zu simulieren. Dazu gehören Klassen, um die Geometrie eines Systems, sein Material, die Reaktion empfindlicher Detektorkomponenten und die Teilchenbahnen darzustellen, Klassen, welche Eigenschaften verschiedener Teilchen, Ereignisse und Spuren speichern, und Klassen, die Ereignisse generieren, Teilchenbahnen rekonstruieren und physikalische Prozesse zwischen Teilchen und Material berechnen. TGEANT baut auf GEANT4 auf, simuliert das COMPASS Experiment und wird die in Kapitel 2.2 beschriebene Monte Carlo Simulation enthalten. Die aus GEANT4 übernommenen hadronischen Prozesse sind in Tabelle 3 gelistet. Zu beachten ist, dass eine Vielzahl an Modellen für die einzel-

	inel.	Einfang	el.	FTF	inel. am Kern	Bertini
n	x	x	x			
\bar{n}	x		x			
He^3		x				
Anti- He^3	x		x	x		
α		x				
Anti- α	x		x	x		
Deuterium			x			
Antideuterium	x		x	x		
p	x		x			
\bar{p}	x		x	x		
Tritium		x				
Antitritium	x		x	x		
e^+					x	
e^-					x	
γ					x	
K^+	x		x			
K^-	x		x			x
Λ	x		x			
μ^+					x	
μ^-					x	
π^+	x		x			
π^-	x		x			x

Tabelle 3: Übersicht über die hadronischen Prozesse, welche TGEANT berücksichtigt. FTF steht hier für das Fritiof Model, welches für die Hadronenabsorbti- on genutzt wird. Bertini steht für das Bertini Model für die inelastische Streuung von Hadronen. [2]

nen Prozesse berücksichtigt werden, die in dieser Arbeit nicht erläutert werden können, weshalb auf die GEANT4-Support-Homepage [2] verwiesen sei.

CORAL wird benutzt, um aus den Detektorausschlägen, welche in TGEANT simuliert wurden, die Teilchenbahnen und den Vertex zu rekonstruieren. Diese Daten werden dann in PHAST eingegeben, um eine ausführliche Analyse durchführen zu können. Dabei werden gleichzeitig uninteressante Ereignisse aus-

sortiert, worauf in Kapitel 2.3.1 eingegangen wird.

2 Simulation der $\eta\pi^-$ -Akzeptanz

2.1 Theorie

Diese Arbeit befasst sich mit einem Teil des Wirkungsquerschnittes $\sigma \propto \int |M| d\Phi$, den man Phasenraum nennt und der die möglichen Zustände eines dynamischen Systems beschreibt. Zuerst wird hier das Matrixelement $|M|$ betrachtet, da man daraus notwendige Informationen für den Phasenraum ziehen kann, anschließend wird mit dieser Information der Phasenraum $d\Phi$ umformuliert und die Kinematik der Teilchen betrachtet, sodass man die notwendigen Wahrscheinlichkeitsverteilungen zur Generierung der Impulsvektoren erhält.

2.1.1 Propagatoren im Matrixelement

Als Teil dieser Reaktion wird erwartet, dass ein η - und ein π^0 -Teilchen produziert werden, was hilft den Phasenraum zu vereinfachen. Da diese Teilchen Skalare sind, kann man sich des Breit-Wigner-Propagators bedienen, wodurch man das Matrixelement reduzieren kann:

$$\int |M|^2 d\Phi = \int |\tilde{M}|^2 |\Delta|^2 d\Phi.$$

wobei $\Delta = \frac{g}{m^2 - s - \frac{i}{2}g^2\Phi}$ für den Propagator steht mit Φ als Phasenraum und g als Kopplungskonstante. $|\Delta|^2$ gleicht der Cauchy-Verteilung

$$f(x) = \frac{s}{(x-t)^2 + s^2} \frac{1}{\pi}$$

welche für, in diesem Fall, kleine Kopplungskonstanten die Eigenschaften einer δ -Distribution annimmt.

Dies bedeutet, dass der Wirkungsquerschnitt nun die Form $\sigma \propto \int |\tilde{M}|^2 \delta(s_a - m_\eta^2) \delta(s_b - m_{\pi^0}^2) d\Phi$ annimmt.

2.1.2 Phasenraum

Der Phasenraum ist definiert als [7]:

$$d\Phi_N(P; p_1, \dots, p_n) := (2\pi)^4 \delta^{(4)} \left(P - \sum_{i=1}^N p_i \right) \prod_{j=1}^N \frac{d^3 p_j}{(2\pi)^3 \cdot 2E_j}. \quad (1)$$

In dieser Arbeit wird die Reaktion $\pi^- p \rightarrow \eta(\pi^- \pi^+ \pi^0(\gamma\gamma)) \pi^- p$ betrachtet, für welche der Phasenraum

in eine $(2 \rightarrow 2)$ und vier $(1 \rightarrow 2)$ unterteilt wird. Dazu wird folgende Substitution benutzt, wobei $s_x = E_x^2 - \|\vec{p}_x\|^2$ die quadratische Schwerpunktsenergie

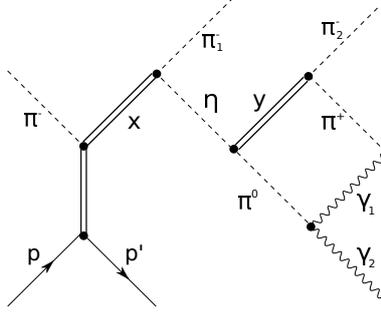


Abbildung 6: Hier ist die Skizze des betrachteten Prozesses.

ist:

$$\begin{aligned}
& \int ds_x \int \frac{d^3 p_x}{2E_x} \delta^{(4)}(p_x - p_i - p_j) \\
&= \frac{1}{2} \int ds_x \int \frac{d^3 p_x}{E_x} \delta(E_x - E_i - E_j) \delta^{(3)}(\vec{p}_x - \vec{p}_i - \vec{p}_j) \\
&= \frac{1}{2} \int ds_x \delta(E_x - E_i - E_j) \frac{1}{\sqrt{(\vec{p}_i + \vec{p}_j)^2 + s_x}} \\
&= \frac{1}{2} \int ds_x \frac{2(E_1 + E_2)}{\sqrt{(\vec{p}_1 + \vec{p}_2)^2 + s_x}} \delta(s_x - (E_1 + E_2)^2 + (\vec{p}_1 + \vec{p}_2)^2) \\
&= 1.
\end{aligned}$$

Damit kann man zeigen, dass man den Phasenraum in die zuvor genannten Reaktionen aufspalten kann:

$$\begin{aligned}
d\Phi(P; p_1, \dots, p_n) &= (2\pi)^4 \delta^{(4)}\left(P - \sum_{i=1}^N p_i\right) \prod_{j=1}^N \frac{d^3 p_j}{(2\pi)^3 \cdot 2E_j} \\
&= \int (2\pi)^4 \delta^{(4)}\left(P - \sum_{i=1}^N p_i\right) \left(\prod_{j=1}^N \frac{d^3 p_j}{(2\pi)^3 \cdot 2E_j}\right) \delta^{(4)}(p_x - p_n - p_{n-1}) \frac{d^3 p_x}{2E_x} ds_x \\
&= \int \frac{d^3 p_n}{(2\pi)^3 \cdot 2E_n} \frac{d^3 p_{n-1}}{(2\pi)^3 \cdot 2E_{n-1}} \delta^{(4)}(p_x - p_n - p_{n-1}) (2\pi)^4 \delta^{(4)}\left(P - \sum_{i=1}^{N-2} p_i - p_x\right) \\
&\quad \cdot \left(\prod_{j=1}^{N-2} \frac{d^3 p_j}{(2\pi)^3 \cdot 2E_j}\right) \frac{d^3 p_x}{2E_x} ds_x
\end{aligned}$$

$$\leftrightarrow d\Phi(P; p_1, \dots, p_n) = \frac{1}{(2\pi)^4} \int d\Phi_2(p_x; p_n, p_{n-1}) d\Phi(P; p_1, \dots, p_{n-2}, p_x) ds_x \quad (2)$$

$$\begin{aligned}
& \xrightarrow{(2)} d\Phi_6(p_{\pi^-}, p_p; p_{\pi_1^-}, p_{\text{recoil}}, p_{\pi^+}, p_{\pi_2^-}, p_{\gamma_1}, p_{\gamma_2}) \\
& \sim \int d\Phi_2(p_{\pi^-}, p_p; p_x, p_{\text{recoil}}) d\Phi_2(p_x; p_a, p_{\pi_1^-}) d\Phi_2(p_a; p_y, p_b) d\Phi_2(p_y; p_{\pi^+}, p_{\pi_2^-}) d\Phi_2(p_b; p_{\gamma_1}, p_{\gamma_2}) \\
& \quad \cdot ds_x ds_a ds_b ds_y
\end{aligned}$$

Hier wurden die Proportionalitätsfaktoren vernachlässigt, da später die Wahrscheinlichkeitsverteilungen normiert werden.

Nun wird der Phasenraum eines Zweikörperzerfalles vereinfacht:

$$\begin{aligned}
\int d\Phi_2(P; p_1, p_2) &= \int \int \delta^{(4)}(P - p_1 - p_2) \frac{d^3 p_1}{E_1} \frac{d^3 p_2}{E_2} \\
&= \int \int \delta(\sqrt{s} - E_1 - E_2) \delta^{(3)}(\vec{p}_1 - \vec{p}_2) \frac{d^3 p_1}{E_1} \frac{d^3 p_2}{E_2} \\
&= \int \delta(\sqrt{s} - E_1 - \sqrt{\|\vec{p}_1\|^2 + m_2^2}) \frac{1}{\sqrt{\|\vec{p}_1\|^2 + m_2^2}} \frac{d^3 p_1}{E_1} \\
&= \int \int \delta(\sqrt{s} - E_1 - \sqrt{\|\vec{p}_1\|^2 + m_2^2}) \frac{\|\vec{p}_1\|^2}{\sqrt{\|\vec{p}_1\|^2 + m_2^2} E_1} d\|\vec{p}_1\| d\Omega_1 \\
&= \int \int \delta(\sqrt{s} - E_1 - \sqrt{\|\vec{p}_1\|^2 + m_2^2}) \frac{\|\vec{p}_1\|}{\sqrt{\|\vec{p}_1\|^2 + m_2^2}} dE_1 d\Omega_1 \\
&= \int \int \delta\left(E_1 - \frac{s + m_1^2 - m_2^2}{2\sqrt{s}}\right) \frac{s + m_2^2 - m_1^2}{2s} \frac{\|\vec{p}_1\|}{\sqrt{\|\vec{p}_1\|^2 + m_2^2}} dE_1 d\Omega_1 \\
&= \int \frac{\sqrt{\lambda(s, m_1^2, m_2^2)}}{2s} d\Omega_1.
\end{aligned}$$

Damit kann man das Phasenraumintegral (2) wie folgt schreiben (die Unterscheidung der Massen von π^+ und π^- wird nur aus dem Grund eingeführt, damit stets ersichtlich ist, woher der Term kommt):

$$\begin{aligned}
& \Rightarrow d\Phi_6(p_{\pi^-}, p_p; p_{\pi_1^-}, p_{\text{recoil}}, p_{\pi^+}, p_{\pi_2^-}, p_{\gamma_1}, p_{\gamma_2}) \\
&= \int \frac{\sqrt{\lambda(s, s_x, m_p^2)}}{2s} \frac{\sqrt{\lambda(s_x, s_a, m_{\pi^-}^2)}}{2s_x} \frac{\sqrt{\lambda(s_a, s_y, s_b)}}{2s_a} \\
& \quad \cdot \frac{\sqrt{\lambda(s_y, m_{\pi^+}^2, m_{\pi^-}^2)}}{2s_y} \frac{\sqrt{\lambda(s_b, 0, 0)}}{2s_b} ds_x ds_a ds_b ds_y d\Omega_x d\Omega_y d\Omega_a d\Omega_{\pi^+} d\Omega_{\gamma} \quad (3)
\end{aligned}$$

Setzt man das jetzt in den Wirkungsquerschnitt ein, erhält man

$$\begin{aligned}
\sigma &\propto \int |\tilde{M}|^2 \delta(s_a - m_\eta^2) \delta(s_b - m_{\pi^0}^2) \frac{\sqrt{\lambda(s, s_x, m_p^2)}}{2s} \frac{\sqrt{\lambda(s_x, s_a, m_{\pi^-}^2)}}{2s_x} \frac{\sqrt{\lambda(s_a, s_y, s_b)}}{2s_a} \\
&\quad \cdot \frac{\sqrt{\lambda(s_y, m_{\pi^+}^2, m_{\pi^-}^2)}}{2s_y} \frac{\sqrt{\lambda(s_b, 0, 0)}}{2s_b} ds_x ds_a ds_b ds_y d\Omega_x d\Omega_y d\Omega_a d\Omega_{\pi^+} d\Omega_\gamma \\
&\propto \int |\tilde{M}|^2 \frac{\sqrt{\lambda(s, s_x, m_p^2)}}{s} \frac{\sqrt{\lambda(s_x, m_\eta^2, m_{\pi^-}^2)}}{s_x} \frac{\sqrt{\lambda(m_\eta^2, s_y, m_{\pi^0}^2)}}{m_\eta^2} \\
&\quad \cdot \frac{\sqrt{\lambda(s_y, m_{\pi^+}^2, m_{\pi^-}^2)}}{s_y} ds_x ds_y d\Omega_x d\Omega_y d\Omega_\eta d\Omega_{\pi^+} d\Omega_\gamma
\end{aligned}$$

Man kann nun die zwei Verteilungsfunktionen für s_x , was später gleichbedeutend mit $m_{\eta\pi}^2$ sein wird, und s_y bestimmen:

$$\frac{dN}{ds_x} = \frac{\sqrt{\lambda(s, s_x, m_p^2)} \lambda(s_x, m_\eta^2, m_{\pi^-}^2)}{s \cdot s_x} \quad (4)$$

$$\frac{dN}{ds_y} = \frac{\sqrt{\lambda(m_\eta^2, s_y, m_{\pi^0}^2)} \lambda(s_y, m_{\pi^+}, m_{\pi^-}^2)}{s \cdot s_x}. \quad (5)$$

$$(6)$$

2.1.3 Kinematik

Nun müssen noch die Impulse, Energien und Raumwinkel der Teilchen bestimmt werden.

Den Betrag des Impulses erhält man aus der quadratischen Schwerpunktsenergie, wobei man das Schwerpunktsystem betrachtet:

$$\begin{aligned}
s &= (p_1 + p_2)^2 \\
&= 2\|\vec{p}\|^2 + m_1^2 + m_2^2 + 2E_1 E_2 \\
\leftrightarrow s^2 - 2s(2\|\vec{p}\|^2 + m_1^2 + m_2^2) + (2\|\vec{p}\|^2 + m_1^2 + m_2^2)^2 &= 4(\|\vec{p}\|^4 + \|\vec{p}\|^2(m_1^2 + m_2^2) + m_1^2 m_2^2) \\
\leftrightarrow \lambda(s, m_1^2, m_2^2) - 4s\|\vec{p}\|^2 &= 0 \\
\|\vec{p}\| &= \sqrt{\frac{\lambda(s, m_1^2, m_2^2)}{4s}}
\end{aligned}$$

Die Energie kann man aus der selben Gleichung gewinnen:

$$s = (E_1 + E_2)^2 \quad (7)$$

$$\leftrightarrow (\sqrt{s} - E_1)^2 = \vec{p}^2 + m_2^2$$

$$\leftrightarrow s - 2\sqrt{s}E_1 = -m_1^2 + m_2^2$$

$$\leftrightarrow E_1 = \frac{s + m_1^2 - m_2^2}{2\sqrt{s}} \quad (8)$$

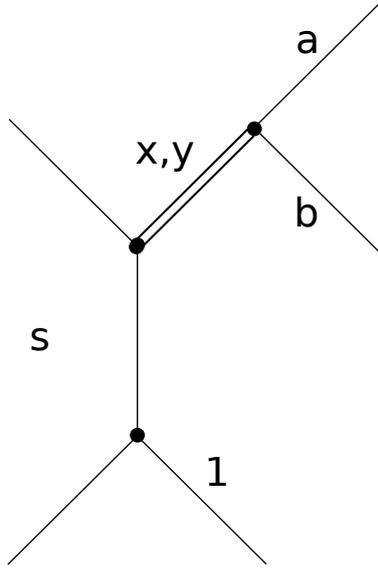


Abbildung 7: Dies ist eine Skizze von einem $(2 \rightarrow 3)$ -Zerfall, welcher in einen $(2 \rightarrow 2)$ - und einen $(1 \rightarrow 2)$ -Zerfall zerlegt wurde und verdeutlichen soll, welche Teilchen in Gleichung (9) gemeint sind. s steht hier für die quadratische Schwerpunktsenergie.

Wichtig sind auch die Grenzen für die Schwerpunktsenergie $\sqrt{s_{x,y}}$, welche durch

$$m_a + m_b \leq \sqrt{s_{x,y}} \leq \sqrt{s} - m_1 \quad (9)$$

beschrieben werden, wobei die Teilchen a und b Zerfallsprodukte von x bzw. y sind und x bzw. y aus einer Reaktion mit der Schwerpunktsenergie \sqrt{s} zusammen mit Teilchen 1 hervorgehen (siehe Abbildung 7).

Die Logik dahinter ist, dass genug Energie vorhanden sein muss, um die Teilchen a und b in Ruhe zu erzeugen und maximal soviel Energie investiert werden kann, wie nach der Produktion von x bzw. y übrigbleibt, wenn das Teilchen 1, welches mit ihnen produziert wurde, in Ruhe ist.

Die Raumwinkel werden in den $(1 \rightarrow 2)$ -Reaktionen gleichmäßig in den Intervallen $\cos \theta \in [-1, 1]$ und $\phi \in [0, 2\pi)$ generiert. Jedoch hängt der Polarwinkel θ für die $(2 \rightarrow 2)$ -Reaktion vom quadratischen Impulsübertrag t ab, welcher nicht gleichverteilt ist:

$$\begin{aligned} t &= (p_{\pi^-} - p_x)^2 \\ &= m_{\pi^-}^2 + s_x - 2(E_{\pi^-} E_x - \vec{p}_{\pi^-} \cdot \vec{p}_x) \\ &= m_{\pi^-}^2 + s_x - 2(E_{\pi^-} E_x - \|\vec{p}_{\pi^-}\| \|\vec{p}_x\| \cos \theta) \\ \leftrightarrow \cos \theta &= \frac{t - m_{\pi^-}^2 - s_x + 2E_{\pi^-} E_x}{2\|\vec{p}_{\pi^-}\| \|\vec{p}_x\|} \end{aligned} \quad (10)$$

In der Literatur [4] kann man als Verteilung für $t' = |t| - |t|_{\min}$ die Formel

$$\frac{d\sigma}{dt'} \propto |t'| e^{-8.45 \left(\frac{\text{GeV}}{c^2}\right)^{-2} |t'|} \quad (11)$$

finden, welche im folgenden als Verteilungsfunktion für t' benutzt wird, wobei beachtet werden muss, dass sich die Notation für t' hier und t in dem zitierten Paper unterscheiden.

$|t|_{\min}$ erhält man aus Gleichung (10):

$$\begin{aligned} \Rightarrow |t| &= -m_{\pi^-}^2 - s_x + 2(E_{\pi^-} E_x - \|\vec{p}_{\pi^-}\| \|\vec{p}_x\| \cos \theta) \\ \Rightarrow |t|_{\min} &= -m_{\pi^-}^2 - s_x + 2(E_{\pi^-} E_x - \|\vec{p}_{\pi^-}\| \|\vec{p}_x\|). \end{aligned} \quad (12)$$

Wobei im ersten Schritt benutzt wurde, dass t im s-Kanal negativ ist. Damit kann man nun die Vierervektoren generieren und mit einer aktiven Lorentztransformation in das Laborsystem zurück führen.

2.2 Vorgehensweise bei der Monte Carlo Simulation

Es gibt im Wesentlichen zwei Methoden, welche die Vektoren generieren und sich nur in ihrer Winkelverteilung unterscheiden: eine für eine ($2 \rightarrow 2$)- und eine für eine ($1 \rightarrow 2$)-Reaktion. Beide benötigen einen Input im Laborsystem und geben die resultierenden Vektoren im selben aus. Es wird wie folgt verfahren:

1. Der Input besteht aus einem bzw. zwei Viererimpulsvektor/en (`HepLorentzVector`), aus welchen man den Boostvektor (mit `.boostVector()`), die quadratische Schwerpunktsenergie und ggf. den quadratischen Impulsübertrag bestimmen kann, und den Massen der resultierenden Teilchen.
2. In der Methode für die ($2 \rightarrow 2$)-Reaktion müssen nun die Vektoren mit einer passiven Lorentztransformation aus dem Laborsystem ins Schwerpunktsystem transformiert werden, damit man Gleichung (12) anwenden kann. Für die Lorentztransformationen nutzt man die `boost($\beta_x, \beta_y, \beta_z$)`-Methode der `HepLorentzVector`-Klasse in CLHEP, wobei für eine passive Transformation die Vorzeichen der Argumente des Boostvektors umgekehrt werden.
3. Mithilfe von Gleichungen (7) und (8) werden zuerst die Energien der resultierenden Teilchen berechnet, woraus man den Impuls mit der relativistischen Energie-Impuls-Beziehung errechnet.
4. Anschließend wird die Winkelverteilung für $\cos \theta$ generiert indem ein Wert zwischen -1 und 1 mit entweder einer homogenen Wahrscheinlichkeitsverteilung aus der C-Bibliothek oder derjenigen aus Gleichung (11) mit einem Zufallsgenerator aus CLHEP gezogen wird. Der Azimutwinkel unterliegt nur einer homogenen Verteilung.
5. Aus diesen Werten kann man die Impulsvektoren im Schwerpunktsystem berechnen und mit einer aktiven Lorentztransformation in das Laborsystem übertragen.

Der Zufallsgenerator der CLHEP-Bibliothek wird für die Verteilungen (4), (5) und (11) benutzt. Als Input benötigt dieser ein Array der Wahrscheinlichkeitsverteilung. Dieses Array wird berechnet indem zuerst das jeweilige Intervall,

welches entweder durch Gleichung (9) oder durch 0.1 und $1 \frac{\text{GeV}^2}{c^2}$ für t' beschrieben wird, entsprechend dem Binning unterteilt wird. Als $s_{x,y}$ -Wert dient dann der mittlere Wert eines Bins. (kommentar: muss besser formuliert werden) Man hat also 3 Zufallsgeneratoren: einen, den TGEANT für die Variation des Pionenstrahls nutzt, den in C standardmäßig integrierten `rand()` Zufallsgenerator, um den Azimutwinkel zu erhalten, und `RandGeneral()` aus CLHEP, um s und t' zu ziehen.

Nachdem all die Zufallsvariablen bestimmt wurden, kann man mit der Formel

$$p = \begin{pmatrix} E \\ \|\vec{p}\| \sqrt{1 - \cos^2 \theta} \cos \phi \\ \|\vec{p}\| \sqrt{1 - \cos^2 \theta} \sin \phi \\ \|\vec{p}\| \cos \theta \end{pmatrix}$$

die beiden resultierenden Vektoren berechnen. Nach dem aktivem Boost in das Laborsystem, wird sicherheitshalber die Energieerhaltung überprüft. Diese ist so formuliert, dass das Programm komplett abbricht, falls eine Verletzung stattfindet. Die Genauigkeit kann nicht beliebig gewählt werden, da selbst für `double`-Variablen numerische Abweichungen ab der achten Stelle hinter dem Komma auftreten. Sobald alle Vektoren bestimmt sind, wird die Energieerhaltung zwischen den sechs resultierenden und den zwei eingegebenen Vierervektoren überprüft. Während die 51 820 Ereignisse für die Arbeit simuliert wurden, ist die Energieerhaltung im Rahmen dieser Genauigkeit nie verletzt worden.

2.3 Akzeptanz

2.3.1 Selektion der Ereignisse

Die von TGEANT produzierten Ereignisse werden mit CORAL rekonstruiert, bevor man diese mit PHAST analysiert. Dabei hat man Zugriff auf folgende, rekonstruierte, Größen:

1. Ausschlag der Trigger
2. Position des rekonstruierten Vertex
3. Vierervektoren der ausgehenden Teilchen
4. Ladung der Teilchen
5. Von der Monte Carlo Simulation bzw. TGEANT generierte Vektoren

Die Position des rekonstruierten Vertex lässt sich gut mit den Maßen des "Targets" in Kapitel 1.3 vergleichen, woraus man eine Filterbedingung erhält. Die Ladung der Teilchen kann für eine weitere Bedingung genutzt werden, da man eine Gesamtladung von -1 erwartet. Die Viererimpulsvektoren kann man nutzen, um die Spektren der Photonenenergie, sowie der Pionen- und Etamasse zu erstellen. Dazu wird in der Nähe der π^0 - bzw. η -Masse gefiltert. Die Grenzen werden hier ähnlich zu denen in "Analysis of the $\eta'\pi$ and $\eta\pi$ Final States in COMPASS Data" gewählt, um besser vergleichen zu können. Das bedeutet, dass $m_{\gamma\gamma}$ aus einem Bereich zwischen $0.12 \frac{\text{GeV}}{c^2} \lesssim m_{\gamma\gamma} \lesssim 0.16 \frac{\text{GeV}}{c^2}$ und $m_{\pi+\pi-\gamma\gamma}$ so gewählt werden, dass zumindest eine der beiden Kombinationsmöglichkeiten für dieses im Bereich $0.53 \frac{\text{GeV}}{c^2} \lesssim m_{\pi+\pi-\gamma\gamma} \lesssim 0.57 \frac{\text{GeV}}{c^2}$ liegt.

Die Schwellen der Kalorimeter werden auf 1GeV für ECAL1 bzw. 4GeV für ECAL2 gesetzt. Der Impuls wird zwischen den Grenzen $185\text{GeV} \leq p_{\text{beam}} \leq 195\text{GeV}$ akzeptiert.

Eine Selektion der Ereignisse bezüglich den räumlichen Koordinaten kann nicht gänzlich durchgeführt werden, da TGEANT keine Teilchenstrahlen innerhalb einer Kreisfläche von 3.5cm Durchmesser erzeugt, was die Akzeptanzbestimmung anhand der Spektren jedoch nicht beeinträchtigen wird. Die Vertexposition auf der z-Achse wird innerhalb der Grenzen $-75\text{cm} \leq z \leq -25\text{cm}$ bestimmt, was aussagt, dass man eine Messungenauigkeit von 5cm bezüglich der Strahlachse annimmt.

Nachdem nun alle Filter durchgegangen werden, sieht man nur noch den Anteil in Tabelle 4 passieren. Der primäre Vertex bezeichnet den Punkt im Raum, wo

Filter	Akzeptierte Ereign./%	Übrig gebliebene Ereign./%
primärer Vertex	99.1%	99.1%
z Position	95%	94.1%
Anzahl ausgehender Teilchen	54.5%	51.3%
Ladungssumme	90.4%	46.4%
Anzahl Schauer	58.3%	27%
Anzahl Photonen	39.6%	10.7%
$m_{\gamma\gamma}$	51.6%	5.5%
$m_{\pi^+\pi^-\gamma\gamma}$	85%	4.7%
Energiebereich	91.1%	4.3%

Tabelle 4: Die erste Spalte zeigt den Filter an, die zweite wie viele Ereignisse dieser einen Filter von dem vorhergegangenen akzeptiert hat und die dritte wie viele Ereignisse von den ursprünglichen übrig geblieben sind.

die Reaktion statt gefunden hat. Fallen die rekonstruierten Vektoren nicht in so einem Punkt zusammen, muss das Ereignis verworfen werden. Mehr als ein primärer Vertex pro Ereignis wird von CORAL nicht ausgegeben, da in diesem Fall geprüft wird, ob nicht ein Vertex aus dem anderen hervorgegangen ist oder ein dritter die Ursache für beide ist. Diese Überprüfung lässt nie mehr als einen primären Vertex durch. Interessant sind die Diagramme zur Teilchenstrahlenergie (Abbildung 11) und die Massenspektren von π^0 (Abbildung 9) und η (Abbildung 10). In diesem Kapitel wird lediglich auf die Selektion eingegangen, in Kapitel 2.3.3 werden die Gauß-Kurven erläutert.

Der Filter “primärer Vertex” in Tabelle 4 steht für die Bedingung, dass diejenigen Ereignisse aussortiert werden, für welche CORAL keinen primären Vertex berechnen konnte. Mit dem Filter “Anzahl ausgehender Teilchen” wird überprüft, ob die Anzahl der aus dem primären Vertex ausgehenden geladenen Teilchen drei entspricht, da nur drei geladene Pionen erwartet werden und das “recoil”-Proton nicht mitgezählt wird. Im nächsten Filter “Ladungssumme” werden die Ladungssummen der rekonstruierten und der erwarteten Pionen verglichen. Im nächsten Schritt werden diejenige Ereignisse entsorgt, welche zuerst weniger als zwei Schauer in den Kalorimetern erzeugt haben, und anschließend nicht die Kalorimeterschwelle von 1 GeV für ECAL1 bzw. 4 GeV für ECAL2 überwinden können, was relativ die meisten Ereignisse ausschließt.

In Abbildung 8 sieht man, wo PHAST die primären Vertexpositionen rekonstruiert hat. Die “target cell” liegt dabei in dem Bereich von -68.52cm bis

Rekonstruierte Position eines prim. Vertex

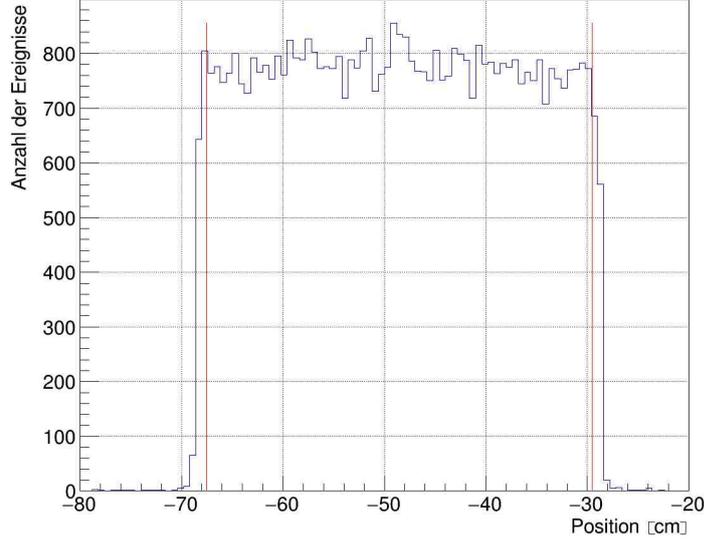


Abbildung 8: Die x-Achse stellt die rekonstruierte Position des Vertex im TGEANT internen Koordinatensystem dar. Die “target cell” mit der Länge von 40 cm steht auf der Position -48.52 cm. Die senkrechten roten Linien bei -67.5 cm und -29.5 cm sind die Grenzen innerhalb welcher die Ereignisse akzeptiert und weiterverarbeitet werden. In diesem Schritt bleiben 51820 von 52278 Ereignissen übrig.

-28.52 cm. Die Werte werden in “bins” von 0.6 cm Breite gespeichert.

In Abbildung 9 sieht man den Ausschnitt des $m_{\gamma\gamma}$ -Spektrums, wobei die “bins” eine Breite von $2 \cdot 10^{-3} \frac{\text{GeV}}{c^2}$ umfassen. Dazu werden die Viererimpulsvektoren der von PHAST rekonstruierten Photonen addiert und die invariante Masse dieser Summe aufgetragen. Die rekonstruierte Masse $m_{\gamma\gamma}$, welche bei ungefähr $0.13 \frac{\text{GeV}}{c^2}$ liegt, ist gegenüber dem Literaturwert von $m_{\pi^0} = 0.135 \frac{\text{GeV}}{c^2}$ leicht nach links verschoben. Der angesetzte Schnitt reduziert die betrachteten Ereignisse um $\frac{5595-2886}{52278} \approx 5.2\%$.

Für das Massenspektrum von $m_{\pi^+\pi^-\gamma\gamma}$ in Abbildung 10 wurden die beiden möglichen Kombinationen für den Vierervektor $p = p_{\pi^+} + p_{\pi^-} + p_{\gamma_1} + p_{\gamma_2}$ aus den rekonstruierten Vektoren gebildet und deren invariante Massen aufgetragen. Dies resultiert in einem Peak um m_η herum und einem Kamm in höheren Regionen. Durch die Rekonstruktion finden sich jedoch Vierervektorpaare, von denen kein Vektor in der Nähe der η -Masse zwischen $0.53 \frac{\text{GeV}}{c^2}$ und $0.57 \frac{\text{GeV}}{c^2}$ liegt, welche daraufhin aussortiert werden. Dies resultiert in einer Abnahme von $\frac{5772-4920}{52278} = 1.6\%$. Die rekonstruierte Masse liegt bei $0.54 \frac{\text{GeV}}{c^2}$ und der Literaturwert beträgt $m_\eta = 0.54751 \frac{\text{GeV}}{c^2}$.

Für Abbildung 11 wird der Vierervektor $p = p_{\pi^+} + p_{\pi_1^-} + p_{\pi_2^-} + p_{\gamma_1} + p_{\gamma_2}$ aus den rekonstruierten Vektoren gebildet und daraus die Energie abgelesen. Man sieht, dass diese über einen sehr großen Bereich gestreut ist. Der Mittelwert

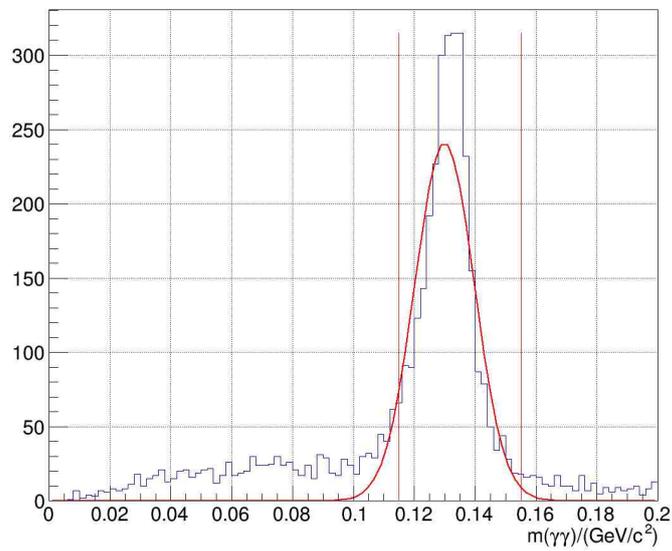


Abbildung 9: Zu sehen ist eine Vergrößerung mit 100 “bins” der invarianten Masse der Summe der Viererimpulsvektoren der Photonen. Die Grenzen liegen bei $0.115 \frac{\text{GeV}}{c^2}$ und $0.155 \frac{\text{GeV}}{c^2}$ und lassen 2886 von 5595 Ereignissen hindurch. Um eine Schätzung für die Auflösung zu gewinnen, wurde eine Gauß-Verteilung angepasst, welche den Mittelwert $\mu = (0.13 \pm 2 \cdot 10^{-4}) \frac{\text{GeV}}{c^2}$ und die Standardabweichung $\sigma = (9.8 \pm 0.26) \cdot 10^{-3} \frac{\text{GeV}}{c^2}$ aufweist.

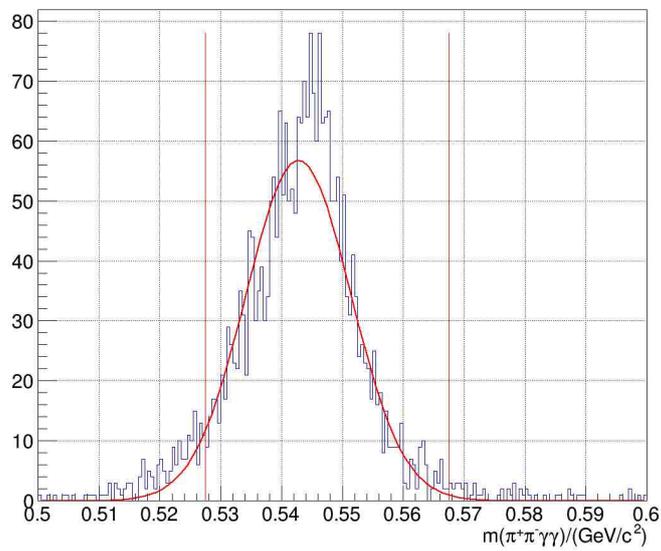


Abbildung 10: Hier ist eine Vergrößerung mit 200 “bins” der invarianten Masse von $\pi^+\pi^-\gamma\gamma$ um die η -Masse zu sehen. Die Grenzen liegen bei $0.53 \frac{\text{GeV}}{c^2}$ und $0.57 \frac{\text{GeV}}{c^2}$ und lassen 4920 von 5772 Möglichkeiten, was 2460 von 2886 Ereignissen entspricht, passieren. Es wird eine Normalverteilung mit $\mu = (5.4 \cdot 10^{-1} \pm 1.8 \cdot 10^{-4}) \frac{\text{GeV}}{c^2}$ und $\sigma = (8.6 \pm 0.17) \cdot 10^{-3} \frac{\text{GeV}}{c^2}$ angepasst, sodass eine Abschätzung für die Auflösung geliefert werden kann.

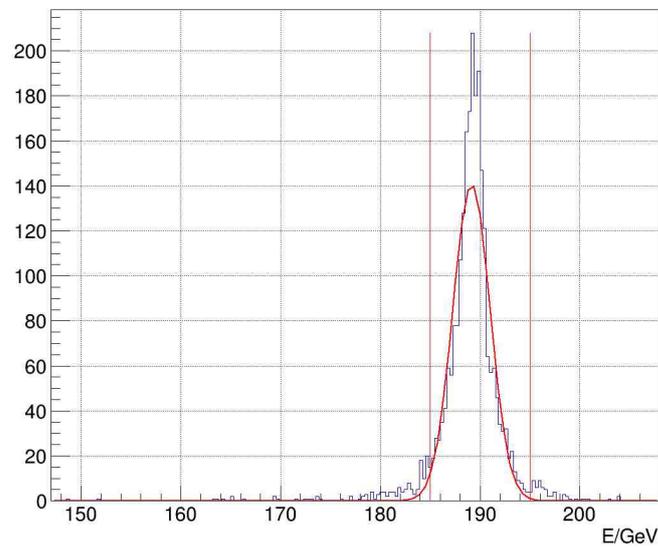


Abbildung 11: Hier ist die Gesamtenergie der Pionen und Photonen dargestellt. Die roten Linien bei 185 GeV und 195 GeV grenzen den akzeptierten Bereich ein. Zu diesem Zeitpunkt sind 2460 Ereignisse auf 200 “bins”, wovon 2242 genommen werden. Die angepasste Gauß-Kurve hat den Mittelwert $\mu = (1.892 \cdot 10^2 \pm 4 \cdot 10^{-2}) \frac{\text{GeV}}{c^2}$ und die Standardabweichung $\sigma = (8.6 \pm 0.17) \cdot 10^{-3} \frac{\text{GeV}}{c^2}$.

des Impulses der angepassten Gaußverteilung liegt bei $(189.2 \pm 0.04) \frac{\text{GeV}}{c}$ und die Grenzen für die Selektion werden auf 185 GeV und 195 GeV gesetzt. Dies sortiert $\frac{2460-2242}{52278} = 0.4\%$ aller Ereignisse aus.

2.3.2 Plots der Akzeptanz

Für die Akzeptanzbestimmung eignen sich die Energie- und Massenspektren. In dem Photonenergiespektrum in Abbildung 12 sieht man, dass die Energie über einen Bereich von 1 bis 100 GeV verteilt ist. Die Akzeptanz steigt vorerst langsam bis zu einer Energie von 6 GeV an, wo sie dann bis ca. 54 GeV im Schnitt bei 5% bleibt. Anschließend nehmen die Schwankungen zu, sodass die Akzeptanz Werte zwischen 0 und 16% annimmt. Dieser zweite Teil ist mit Vorsicht zu betrachten, da zu wenig Werte vorliegen, um alle "bins" füllen zu können, es wäre allerdings zu erwarten, dass die Akzeptanz abnimmt, da der Wirkungsquerschnitt mit zunehmender Energie geringer wird. Im ersten Teil sieht man eine geringere Akzeptanz, da die Photonen einen größeren Winkel zu einander haben und so den Detektor mit größerer Wahrscheinlichkeit verfehlen. Das rührt daher, dass im Ruhesystem des π^0 die Photonen entgegengesetzten Impuls haben und erst durch den Lorentzboost dieser Winkel geschlossen wird. Die Relation zwischen Energie und dem Winkel zwischen den Teilchen ist in Abbildung 18 im Anhang zu sehen.

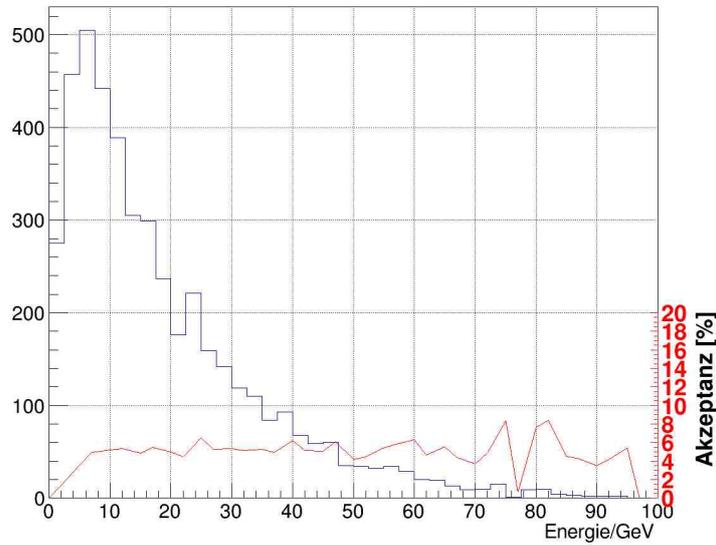


Abbildung 12: Das Histogramm (blau) stellt die Anzahl der rekonstruierten Photonen in einem Energie-“bin” von 1 GeV dar. Die rote Kurve ist der Quotient aus der den Einträgen dieses Histogramms und der generierten Photonenhäufigkeit.

Im nächsten Bild (Abbildung 13) wird die quadratische Schwerpunktsenergie des $(\pi^+\pi^-)$ -Zustandes gezeigt. Die Akzeptanz liegt hier relativ konstant zwischen 4 und 5%.

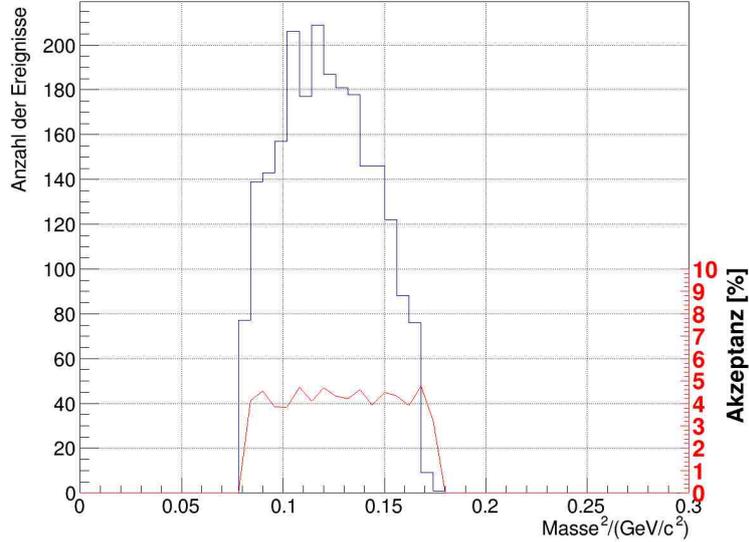


Abbildung 13: Hier ist die Häufigkeit der quadratische Schwerpunktsenergie des $(\pi^+\pi^-)$ -Zustandes in blau aufgetragen und die Akzeptanz in rot.

Im nächsten Histogramm (Abbildung 14) sieht man die Energie des positiven Pions und seine Akzeptanz. Für das langsame Ansteigen gilt die selbe Argumentation wie für die Photonen.

2.3.3 Impuls- und Massenauflösung

Um zu sehen, wie das Auflösungsvermögen für hohe Energien aussehen könnte, wird die Gauß-Funktion

$$f(x) = Ae^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

an die Impuls- und Massenverteilungen gelegt. Die Werte für die einzelnen Koeffizienten sind in Tabelle 5 und beziehen sich auf die Diagramme 11, 10 und 9.

Diagramm	A	μ/GeV	σ/GeV
Impuls	$1.4 \cdot 10^2 \pm 4.8$	$1.892 \cdot 10^2 \pm 4 \cdot 10^{-2}$	$1.9 \pm 4.9 \cdot 10^{-2}$
$m_{\gamma\gamma}$	$2.4 \cdot 10^2 \pm 7.7$	$0.13 \pm 2 \cdot 10^{-4}$	$(9.8 \pm 0.26) \cdot 10^{-3}$
$m_{\pi^+\pi^-\gamma\gamma}$	56.7 ± 1.6	$5.4 \cdot 10^{-1} \pm 1.8 \cdot 10^{-4}$	$(8.6 \pm 0.17) \cdot 10^{-3}$

Tabelle 5: Hier sind die Fit-Paramter für die Gauß-Funktionen an verschiedene Histogramme zu finden.

Man stellt fest, dass die Histogramme eine asymmetrische Form haben, was daran liegt, dass die Detektoren zu höheren Energien hin ineffizienter arbeiten, da der Wirkungsquerschnitt abnimmt. Die hier ermittelte Auflösung stellt daher nur eine obere Grenze für die Parameter einer geeigneteren Funktion dar.

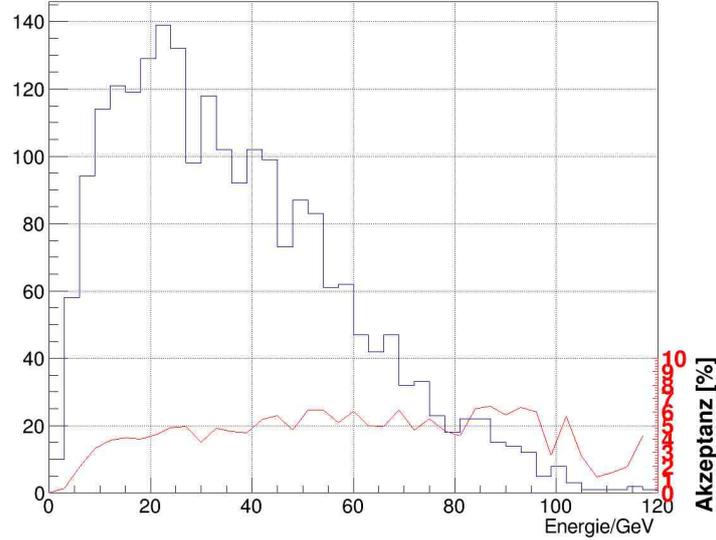


Abbildung 14: Das Histogramm stellt die Energie des π^+ dar, wobei die “bins” eine Breite von 1.2 GeV haben. Die Akzeptanz ist in rot dargestellt und liegt meistens um 5%.

2.3.4 Vergleich

Man kann die Ergebnisse dieser Arbeit mit drei anderen Papern vergleichen. Zuerst wird die Verteilung des quadratischen Impulsübertrages angeschaut. Hier wurde die Funktion

$$\frac{dN}{dt'} = t' e^{-8.45 \frac{e^4}{\text{GeV}^2} t'}$$

als Verteilungsfunktion für t' genutzt. Die Rekonstruktion mit PHAST ergab die Verteilung in Abbildung 15. Man findet nun Werte außerhalb des grün gezeichneten Bereiches, da t' sehr empfindlich auf Ungenauigkeiten in der rekonstruierten Energie und dem rekonstruiertem Impuls reagiert. Dies sorgt dafür, dass diese Verteilung zu den Seiten hin diffundiert. In Abbildung 19 im Anhang ist die Sollkurve eingezeichnet, sodass man sehen kann, dass Werte, welche näher an die null verschoben worden sind, das Histogramm fast vollständig an den Fit anpassen würden.

Als nächstes kann man die rekonstruierte η -Masse vergleichen. In Abbildung 16 sieht man die rekonstruierten Massen aus zwei Photonen, einem π^+ und jeweils einem von zwei π^- , bevor die Selektion um die Masse des η -Teilchens durchgeführt wird. Dies kann man mit Raabs und Schlüters Arbeiten vergleichen und es fällt auf, dass hier der Untergrund flacher aussieht, was durch die Simulation einer einzigen Reaktion in dieser Arbeit erklärt wird. Die zweite Auffälligkeit ist, dass die Kurve hier eine Erhöhung zu niedrigeren Energien hat, während die selbe in den anderen Arbeiten auf der rechten Seite sitzt. Die wahrscheinlichste Ursache für diese Abweichungen ist der Untergrund in ihren Daten.

Rekonstruiertes Spektrum

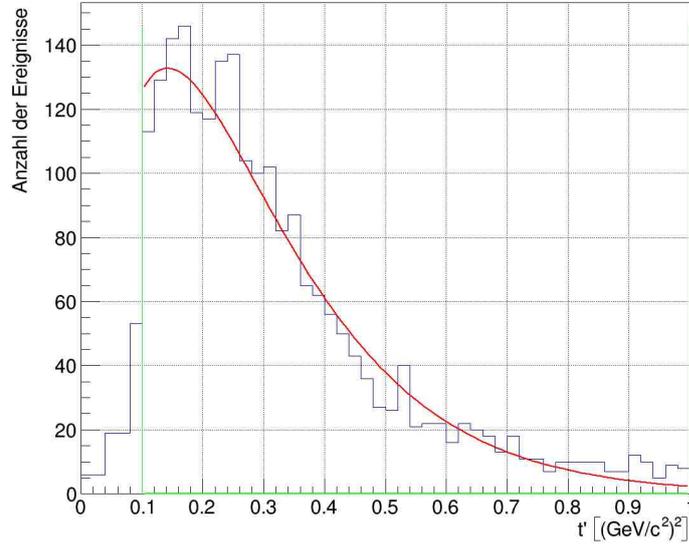


Abbildung 15: Hier sieht man das Histogramm für t' aus den rekonstruierten Daten. Der grüne Bereich ist der erlaubte Bereich, aus dem die Werte generiert worden sind. Die rote Kurve ist ein Fit mit dem Parameter $7 \pm 0.13 \frac{c^4}{\text{GeV}^2}$ und dem Koeffizienten $(2.5 \pm 0.12) \cdot 10^3$.

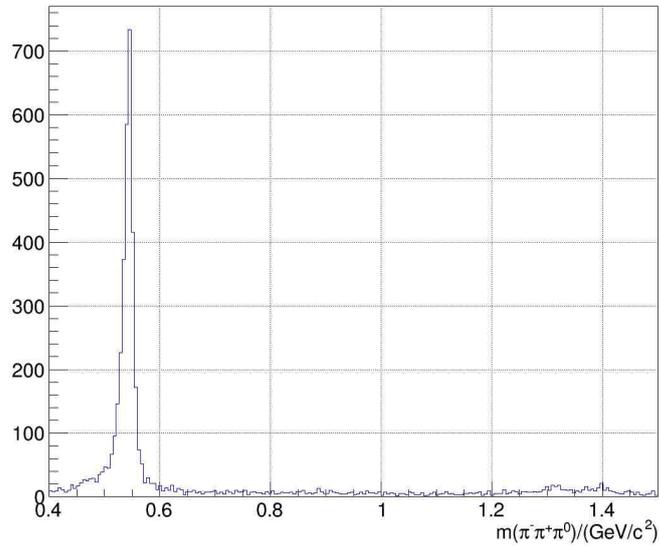


Abbildung 16: Hier ist die rekonstruierte η -Masse zu sehen, bevor eine Selektion um m_η durchgeführt worden ist.

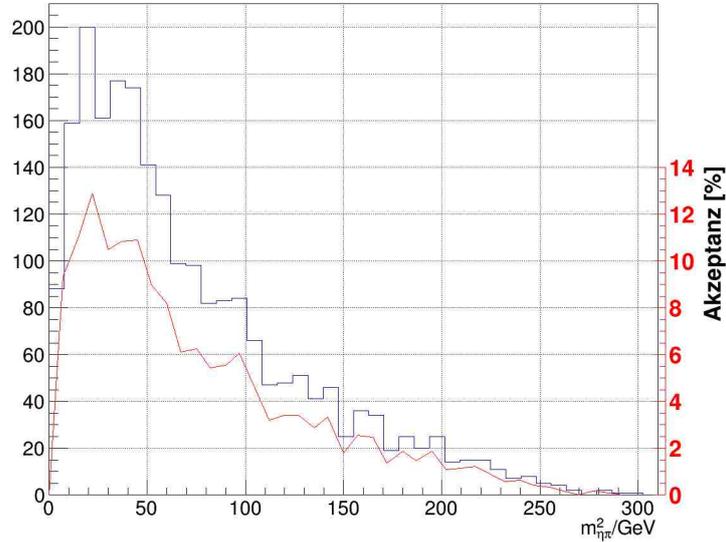


Abbildung 17: Hier ist die Masse $m_x = m_{\eta\pi}$ aus den rekonstruierten Daten zusammen mit der Akzeptanz aufgetragen.

Abbildung 17 zeigt den Fehler in dieser Arbeit. Die Akzeptanz folgt der Massenverteilung, da die Monte Carlo Daten praktisch konstant bleiben. Die Ursache dafür ist, dass diejenige Variable, welche die zufällig zwischen 0 und 1 generierten m_x skaliert, in TGEANT überschrieben worden sein muss, was in der Testumgebung nicht passiert ist.

3 Schlussfolgerung und Ausblick

An dem Massenspektrum von $m_{\eta\pi}$ sieht man, dass das Programm zuerst den Schnitt bei 6 GeV setzt, aber danach die generierten Variablen für m_x auf die größt mögliche Reichweite zurück skaliert, was in der Testumgebung nie vorgekommen ist.

Dieser Fehler wird in naher Zukunft behoben werden können. Da für diese Arbeit ein Programm entwickelt worden ist, dass alle Phasenräume simulieren können soll, konnten noch nicht alle Bugs behoben werden, aber für den ersten vollständigen Lauf einer Akzeptanzbestimmung ist es relativ gut verlaufen. Als Ausblick besteht die Möglichkeit Phasenräume mit unkorrelierten Zufallsvariablen in TGEANT generieren zu können, sobald der Bug behoben wurde.

Die Akzeptanz für die π^+ -Energie ist wesentlich kleiner ausgefallen, als man aus dem Setup erwarten könnte. Eine Ursache ist, dass hauptsächlich nach geeigneten Photonen gesucht wurde, was zu größeren Verlusten bei der Akzeptanz der Pionen geführt haben könnte.

4 Danksagung

Mein größter Dank gebührt Prof. Ketzer für die Chance hier gearbeitet haben zu dürfen. Prof. Thiel danke ich für ihre sehr spontane Zusage diese Arbeit zu korrigieren. Und aller herzlichst danke ich Mathias Wagner und Mikhail Mikhasenko für ihre Unterstützung,

5 Anhang

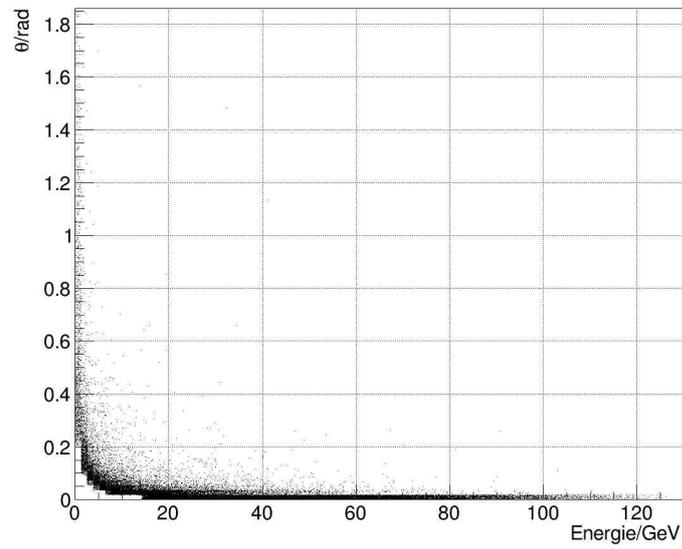


Abbildung 18: Hier ist die Abhängigkeit des Winkels zwischen den Photonen aus dem π^0 -Zerfall zu ihrer Energie zu sehen.

Rekonstruiertes Spektrum

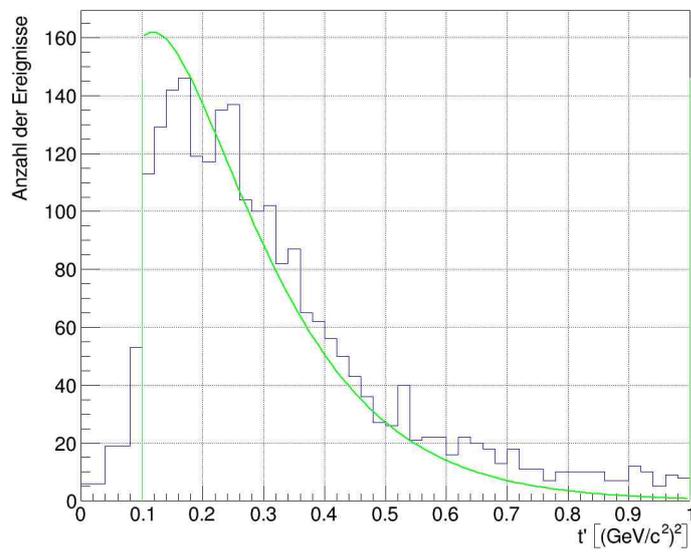


Abbildung 19: Hier ist das Histogramm für t' aus den rekonstruierten Daten zu sehen. Die grüne Kurve stellt die Verteilungsfunktion dar, nach welcher die Ereignisse generiert worden sind. Nach der Selektion sind nur noch 2242 Ereignisse in diesem Diagram übrig geblieben.

Literatur

- [1] Cherenkov radiation control via self-accelerating wave-packets. <https://www.nature.com/articles/s41598-017-08705-4>. Accessed: 22.02.2018.
- [2] Geant4 support seite. geant4.cern.ch/support/proc_mod_catalog/processes/. Accessed: 22.02.2018.
- [3] Ph. Abbon et al. The COMPASS Setup for Physics with Hadron Beams. *Nucl. Instrum. Meth.*, A779:69–115, 2015.
- [4] C. Adolph et al. Odd and even partial waves of $\eta\pi^-$ and $\eta'\pi^-$ in $\pi^-p \rightarrow \eta^{(\prime)}\pi^-p$ at 191 GeV/c. *Phys. Lett.*, B740:303–311, 2015.
- [5] Christoph Berger. *Elementarteilchenphysik*.
- [6] Johannes Benedikt Bernhard. Aufbau des inneren Rings eines Recoildetektors am COMPASS-Experiment, 2007.
- [7] Eero Byckling and K. Kajantie. *Particle Kinematics*. University of Jyväskylä, Jyväskylä, Finland, 1971.